

Esercizio A

In un fresco mattino di dicembre ($t=10^\circ\text{C}$), il signor Vincenzo Pisapia, abitante in una nobile cittadina (m.400 slm) sita alle porte di Salerno e ricca di portici a causa delle frequenti precipitazioni, si reca in auto a S.Antonio di Pontecagnano (m.10 slm) per sostenere la sua squadra di calcio, ivi impegnata in una insidiosa trasferta (campionato Eccellenza).

Nello stesso giorno il signor Matteo Scannapieco, in arte Chio' Chio', trasporta un carico di frutta e verdura dal suo negozio di Salerno (m.10 slm) fino al ristorante "Chez Totore" sulla Litoranea (m.10 slm), mentre il signor Pasquale Iodice, da Salerno, si reca in auto a fare acquisti nella ridente cittadina sopra citata, dove e' accolto peraltro da una insistente pioggia.

Considerando che ognuno dei tre veicoli ha una massa di 800 kg, e che in ognuno dei tre tragitti sono stati consumati 3 litri di benzina ($H_i = 10500 \text{ kcal/kg} = 720 \text{ kg/m}^3$), indicare in quale dei tre casi l' aumento di entropia dell' ambiente e' maggiore, stimandone il valore (si trascurino i contributi delle attività muscolari, delle tre MS fumate in macchina dal sig. Iodice aspettando che spiova e dei tric-trac sparati allo stadio dal sig. Pisapia).

Ci si riferisce ad ognuno dei tre sistemi utilizzando i seguenti indici:

- 1 \rightarrow sistema costituito dall'auto del signor Pisapia;
- 2 \rightarrow sistema costituito dall'auto del signor Matteo Scannapieco (in arte Chio' Chio');
- 3 \rightarrow sistema costituito dall'auto del signor Pasquale Iodice.

La variazione di energia meccanica (ΔE_m) in ognuno dei sistemi è pari:

$$(\Delta E_m)_i = (\Delta E_c)_i + (\Delta E_p)_i \quad \text{con } i = 1, 2, 3.$$

Dove:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{finale}^2 - v_{iniziale}^2);$$

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot (z_{finale} - z_{iniziale}).$$

La variazione di energia chimica potenziale (ΔE_{ch}) in ognuno dei sistemi è pari:

$$(\Delta E_{ch})_i = (-m_c \cdot H_i)_i \quad \text{con } i = 1, 2, 3.$$

La variazione totale di energia (ΔE) in ognuno dei sistemi è pari a:

$$(\Delta E)_i = (\Delta E_m)_i + (\Delta E_{ch})_i \quad \text{con } i = 1, 2, 3.$$

Poiché un qualunque sistema ed il relativo ambiente costituiscono un sistema isolato, per il primo principio della termodinamica risulta:

$$\Delta E_{sist\ isol} = 0 \Rightarrow (\Delta E)_i + \Delta E_{amb} = 0 \Rightarrow \Delta E_{amb} = -(\Delta E)_i \text{ con } i = 1, 2, 3.$$

La variazione di entropia dell'ambiente (ΔS_{amb}) è pari a:

$$(\Delta S_{amb})_i = \left(\frac{\Delta E_{amb}}{T} \right)_i \text{ con } i = 1, 2, 3.$$

Pertanto si ha:

sistema n° 1

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{finale}^2 - v_{iniziale}^2) = 0 [kJ].$$

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot (z_{finale} - z_{iniziale}) = 800 \cdot 9,81 \cdot (10 - 400) = -3060,7 \cdot 10^3 [J] = -3060,7 [kJ].$$

$$(\Delta E_m)_1 = (\Delta E_c)_1 + (\Delta E_p)_1 = 0 + (-3060,7) = -3060,7 [kJ].$$

$$(\Delta E_{ch})_1 = (-m_c \cdot H_i)_1 = (-\rho \cdot V \cdot H_i)_1 = -720 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10500 \cdot 4,18 = -95040 \cdot 10^3 [J] = -95040 [kJ].$$

$$(\Delta E)_1 = (\Delta E_m)_1 + (\Delta E_{ch})_1 = -3060,7 - 95040 = -98100 [kJ].$$

$$\Delta E_{amb} = -(\Delta E)_1 = 98100 [kJ].$$

$$(\Delta S_{amb})_1 = \left(\frac{\Delta E_{amb}}{T} \right)_1 = \frac{98100}{273,15 + 10} = 346,46 \left[\frac{kJ}{K} \right].$$

Sistema n° 2

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{finale}^2 - v_{iniziale}^2) = 0 [kJ].$$

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot (z_{finale} - z_{iniziale}) = 0 [kJ].$$

$$(\Delta E_m)_2 = (\Delta E_c)_2 + (\Delta E_p)_2 = 0 + 0 = 0 [kJ].$$

$$(\Delta E_{ch})_2 = (-m_c \cdot H_i)_2 = (-\rho \cdot V \cdot H_i)_2 = -720 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10500 \cdot 4,18 = -95040 \cdot 10^3 [J] = -95040 [kJ].$$

$$(\Delta E)_2 = (\Delta E_m)_2 + (\Delta E_{ch})_2 = 0 - 95040 = -95040 [kJ].$$

$$\Delta E_{amb} = -(\Delta E)_2 = 95040 [kJ].$$

$$(\Delta S_{amb})_2 = \left(\frac{\Delta E_{amb}}{T} \right)_2 = \frac{95040}{273,15 + 10} = 335,65 \left[\frac{kJ}{K} \right].$$

Sistema n° 3

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{finale}^2 - v_{iniziale}^2) = 0 [kJ].$$

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot (z_{finale} - z_{iniziale}) = 3060,7 [kJ].$$

$$(\Delta E_m)_3 = (\Delta E_c)_3 + (\Delta E_p)_3 = 0 + 3060,7 = 3060,7 \cdot 10^3 [J] = 3060,7 [kJ].$$

$$(\Delta E_{ch})_3 = (-m_c \cdot H_i)_3 = (-\rho \cdot V \cdot H_i)_3 = -720 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10500 \cdot 4,18 = -95040 \cdot 10^3 [J] = -95040 [kJ].$$

$$(\Delta E)_3 = (\Delta E_m)_3 + (\Delta E_{ch})_3 = 3060,7 - 95040 = -91979 [kJ].$$

$$\Delta E_{amb} = -(\Delta E)_3 = 91979 [kJ].$$

$$(\Delta S_{amb})_3 = \left(\frac{\Delta E_{amb}}{T} \right)_3 = \frac{91979}{273,15 + 10} = 324,84 \left[\frac{kJ}{K} \right].$$

In conclusione risulta:

$$(\Delta S_{amb})_1 \rangle (\Delta S_{amb})_2 \rangle (\Delta S_{amb})_3.$$

Questo risultato era prevedibile se si considera che nel primo sistema viene dissipata sia l'energia potenziale chimica che l'energia potenziale gravitazionale, nel secondo sistema viene dissipata la sola energia potenziale chimica, mentre nel terzo sistema una parte dell'energia potenziale chimica dissipata viene convertita in energia potenziale gravitazionale.

Esercizio B

Dell'azoto espande adiabaticamente in una macchina motrice dinamica dalle condizioni $T_1 = 1000$ [K] e $P_1 = 8$ [bar] sino alla pressione $P_2 = 1.5$ [bar] ed alla temperatura $T_2 = 700$ [K]. Calcolare i rendimenti adiabatico e politropico, il lavoro reale ed il lavoro di attrito.

Calcolo del lavoro reale

Dal primo principio della termodinamica per un sistema aperto, per una espansione adiabatica reale vale la relazione:

$$L_r = -\Delta h \Rightarrow L_r = -c_p \cdot (T_2 - T_1).$$

Il calore specifico a pressione costante c_p vale :

$$c_p = \frac{R \cdot k}{k - 1}.$$

Per il calcolo della costante del gas (R_{N_2}):

$$R_{N_2} = \frac{\tilde{R}}{M_w} = \frac{8,31}{28,02 \cdot 10^{-3}} = 297 [J/kg \cdot K].$$

Dove: $\tilde{R} = 8,31 [J/mol \cdot K]$ è la costante universale dei gas e $M_w = 28,02 \cdot 10^{-3}$ [kg / mol] è il peso molecolare dell'azoto molecolare

Per l'azoto molecolare si può assumere che $k=1,40$.

Pertanto risulta:

$$c_p = \frac{R \cdot k}{k - 1} = \frac{297 \cdot 1,40}{1,40 - 1} = 1039 [J/kg \cdot K].$$

$$L_r = -c_p \cdot (T_2 - T_1) = -1039 \cdot (700 - 1000) = 311700 [J/kg] = 311,7 [kJ/kg].$$

Calcolo del rendimento adiabatico

Il rendimento adiabatico è il rapporto tra il lavoro reale ed il lavoro che si può ottenere da una espansione adiabatica isoentropica che avviene tra le stesse pressioni della trasformazione reale.

$$\eta_{ad} = \frac{L_r}{L_{id}}.$$

Dal primo principio della termodinamica, per una espansione adiabatica vale la relazione:

$$L_{id} = -\Delta h \Rightarrow L_{id} = -c_p \cdot (T_2 - T_1).$$

Il valore della temperatura di fine espansione T_2 può essere calcolato considerando le relazioni che legano pressione e temperatura in una espansione adiabatica isoentropica:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} = 1000 \cdot \left(\frac{1,5}{8,0} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 619,9[K].$$

Pertanto risulta:

$$L_{id} = -c_p \cdot (T_2 - T_1) = -1039(619,9 - 1000) = 394924[J/kg] = 394,9[kJ/kg].$$

$$\eta_{ad} = \frac{L_r}{L_{id}} = \frac{311,7}{394,9} = 0,789.$$

Calcolo del rendimento politropico

Il rendimento politropico può essere calcolato considerando la relazione:

$$\eta_{pol} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{m-1}{m}.$$

Come è noto per una generica trasformazione politropica di esponente m vale la seguente relazione:

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{m-1}{m} = \frac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{700}{1000}\right)}{\ln\left(\frac{1,5}{8,0}\right)} = 0,213.$$

Pertanto risulta:

$$\eta_{pol} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{m-1}{m} = \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 0,213 = 0,745.$$

Calcolo del lavoro di attrito

Il lavoro di attrito può essere calcolato come differenza tra il lavoro per una trasformazione politropica che avviene tra le stesse pressioni della trasformazione reale e il lavoro reale:

$$L_a = L_{pol} - L_r.$$

Dalla definizione di rendimento politropico:

$$\eta_{pol} = \frac{L_r}{L_{pol}} \Rightarrow L_{pol} = \frac{L_r}{\eta_{pol}} = \frac{311,7}{0,745} = 418[kJ/kg].$$

Risulta pertanto:

$$L_a = L_{pol} - L_r = 418,9 - 311,7 = 107,2[kJ/kg].$$

Esercizio C

Una portata massica di 10 kg/s di azoto viene aspirata da un compressore dinamico subendo una compressione adiabatica dalle condizioni $P_1=1$ [bar] e $T_1=300$ [K] sino alla pressione $P_2=16$ [bar]. Calcolare il risparmio di potenza ottenibile rispetto ad una compressione adiabatica, in condizioni ideali, adottando uno stadio di interrefrigerazione intermedia.

Calcolo della potenza in assenza di interrefrigerazione

Dal primo principio della termodinamica applicato ad un sistema aperto, per una compressione adiabatica ideale vale la relazione:

$$L = -\Delta h \Rightarrow L = -c_p \cdot (T_2 - T_1) = -c_p \cdot T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = -c_p \cdot T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = -c_p \cdot T_1 \left[\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right].$$

Il calore specifico a pressione costante c_p vale:

$$c_p = \frac{R \cdot k}{k-1}.$$

Per il calcolo della costante del gas (R_{N_2}):

$$R_{N_2} = \frac{\tilde{R}}{M_w} = \frac{8,31}{28,02 \cdot 10^{-3}} = 297 [J/kg \cdot K].$$

Dove: $\tilde{R} = 8,31 [J/mol \cdot K]$ è la costante universale dei gas e $M_w = 28,02 \cdot 10^{-3} [kg / mol]$ è il peso molecolare dell'azoto molecolare

Per l'azoto molecolare si può assumere che $k=1,40$.

Pertanto risulta:

$$c_p = \frac{R \cdot k}{k-1} = \frac{297 \cdot 1,40}{1,40-1} = 1039 [J/kg \cdot K]$$

$$L = -c_p \cdot T_1 \left[\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = -1039 \cdot 300 \cdot \left(16^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right) = -376589 [J/kg] = -376,6 [kJ/kg].$$

La potenza spesa, in condizioni ideali, è quindi pari a:

$$P = \dot{m} \cdot L = 10 \cdot 376,6 = -3766 [kW].$$

Calcolo della compressione ideale con uno stadio di interrefrigerazione

Il valore del rapporto di compressione β_1 che rende minimo il lavoro, nelle ipotesi di trasformazione reversibili e gas perfetti, risulta:

$$\beta_1 = \sqrt{\beta} = \sqrt{16} = 4.$$

$$\beta_2 = \beta_1 = 4$$

Il lavoro totale è pari alla somma dei lavori dei due stadi. Nel caso in cui la temperatura al termine dell'interrefrigerazione sia pari alla temperatura iniziale il lavoro è uguale in ognuno dei due stadi di compressione. Pertanto si ha:

$$L_{id} = -c_p \cdot (T_2' - T_1) - c_p \cdot (T_4 - T_3) = -c_p T_1 \left(\frac{T_2'}{T_1} - 1 \right) - c_p \left(\frac{T_4}{T_3} - 1 \right) = -c_p \cdot T_1 \left[\beta_1^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] - c_p \cdot T_1 \left[\beta_2^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

$$L_{id} = -2 \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \left[\left(\sqrt{\beta} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = -2 \cdot 1039 \cdot 300 \cdot \left(4^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right) = 302969 [J/kg] = 303 [kJ/kg].$$

La potenza spesa con interrefrigerazione, in condizioni ideali, è quindi pari a:

$$P = \dot{m} \cdot L_{id} = 10 \cdot 303 = 3030 [kW].$$

L'adozione di uno stadio di interrefrigerazione permette quindi un risparmio di 736 kW.

Esercizio D

Un impianto motore termico alternativo a combustione genera un lavoro meccanico per ciclo pari a 1100 kJ. Ad ogni ciclo il motore elabora una massa di combustibile (potere calorifico inferiore $H_i=44$ MJ/kg) pari a 100 g.

Calcolare:

- Il rendimento globale dell'impianto.
- La quantità di calore ceduta dal sistema (kJ).

Ipotesi:

- Rendimento di combustione 0.92.
- Rendimento meccanico 0.88.

Calcolo del rendimento globale dell'impianto

Dalla definizione di rendimento globale:

$$\eta_g = \frac{L_{utile}}{m_c \cdot H_i} = \frac{1100}{0,10 \cdot 44 \cdot 10^3} = 0,25.$$

Calcolo della quantità di calore ceduta dal sistema

Ricordando la catena dei rendimenti:

$$\eta_g = \eta_b \cdot \eta_r \cdot \eta_m \Rightarrow \eta_r = \frac{\eta_g}{\eta_b \cdot \eta_m} = \frac{0,25}{0,92 \cdot 0,88} = 0,308.$$

Dove η_b è il rendimento di combustione, η_r è il rendimento reale e η_m è il rendimento meccanico.

Dalla definizione di rendimento reale:

$$\eta_r = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow Q_{ceduto} = Q_2 = (1 - \eta_r) \cdot Q_1.$$

Il calore in ingresso è pari al prodotto del calore reso disponibile dalla combustione completa e del rendimento di combustione:

$$Q_1 = \eta_b \cdot m_c \cdot H_i = 0,92 \cdot 0,10 \cdot 44 \cdot 10^3 = 4048 [kJ].$$

Pertanto si ha:

$$Q_{ceduto} = Q_2 = (1 - \eta_r) \cdot Q_1 = (1 - 0,308) \cdot 4048 = 2801 [kJ].$$

Esercizio E

Un autoveicolo della massa di 1500 kg deve trainare una roulotte di 1000 kg da una quota di 0 m slm fino a 1000 m slm. Stimare la quantità di combustibile necessaria ($H_i = 44000 \text{ kJ/kg}$), assumendo un rendimento globale del motore pari al 25 %, trascurando le resistenze aerodinamiche e di rotolamento e l'accelerazione del veicolo.

Ipotizzando che il sistema di propulsione sia costituito da un motore elettrico, stimare il peso delle batterie necessarie per la trazione, assumendo una densità di stoccaggio pari a 200 Wh/kg .

Soluzione:

- Massa combustibile = 2.23 kg
- Massa batterie = 34.05 kg

Calcolo del volume di combustibile

Trascurando le resistenze aerodinamiche e di rotolamento e l'accelerazione del veicolo, il lavoro compiuto viene interamente utilizzato per variare l'energia potenziale gravitazionale del sistema:

$$L_{\text{utile}} = \Delta E_p = (m_{\text{autoveicolo}} + m_{\text{roulotte}}) \cdot g \cdot (z_{\text{finale}} - z_{\text{iniziale}}) = (1500 + 1000) \cdot 9,81 \cdot (1000 - 0) = 24,5 \cdot 10^6 \text{ [J]}.$$

Dalla definizione di rendimento globale:

$$\eta_g = \frac{L_{\text{utile}}}{m_c \cdot H_i} = \frac{\Delta E_p}{m_c \cdot H_i} \Rightarrow m_c = \frac{\Delta E_p}{\eta_g \cdot H_i} = \frac{24,5 \cdot 10^6}{0,25 \cdot 44 \cdot 10^6} = 2,23 \text{ [kg]}.$$

Il volume di combustibile ipotizzando una densità $\rho_c = 750 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ vale:

$$V_c = \frac{m_c}{\rho_c} = \frac{2,23}{750} = 2,97 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3\text{]} = 2,97 \text{ [l]}.$$

Calcolo della massa delle batterie

La densità di stoccaggio delle batterie in unità di misura del SI vale:

$$L_{\text{batt}} = 200 \left[\frac{\text{W} \cdot \text{h}}{\text{kg}} \right] = 200 \cdot 3600 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] = 720 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right].$$

Pertanto la massa delle batterie vale:

$$m_{\text{batt}} = \frac{L_{\text{utile}}}{L_{\text{batt}}} = \frac{24,5 \cdot 10^3}{720} = 34,05 \text{ [kg]}.$$

Esercizio F

Un compressore, con rapporto di compressione β pari a 11 e rendimento adiabatico η_{ad} pari a 0.88, elabora 4000 kg di metano ($k=1.31$) in un'ora, inviandoli in un serbatoio. Il compressore è mosso da un motore termico che opera tra temperature medie di adduzione e di sottrazione di 870 [K] e 440 [K], che utilizza come combustibile il metano ($H_i=34.7$ MJ/m³, alle condizioni di 0°C e 1 bar).

Calcolare:

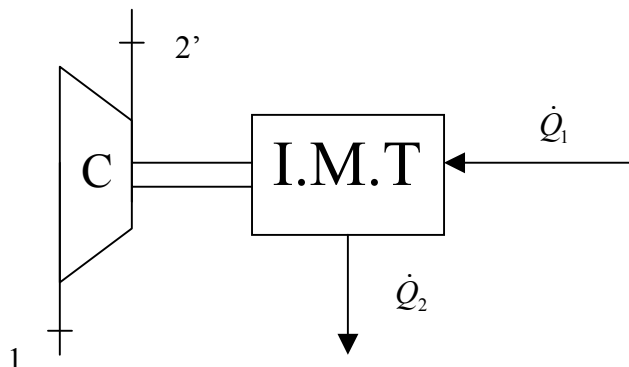
- Il rendimento termodinamico del motore.
- La potenza del motore (kW).
- La temperatura di uscita dal compressore (K).
- La portata di metano bruciata nel motore (kg/s).
- Il lavoro di attrito del compressore (kJ/kg).

Dati ed ipotesi:

- Trascurare le perdite meccaniche nel compressore e nella trasmissione motore-compressore.
- Assumere il rendimento globale del motore pari al rendimento reale.
- Condizioni all'aspirazione del compressore: $P_1=1$ bar, $T_1=300$ K.

Calcolare poi la riduzione di lavoro di compressione ottenibile con una compressione interrefrigerata, in due stadi, riportando il gas compresso alla temperatura iniziale (assumere lo stesso valore del rendimento politropico del compressore per ognuno dei due stadi, ed un rapporto di compressione intermedio ottimale).

$$\Delta L = (L_c - L_{c,i})/L_c \cdot 100$$



Calcolo del rendimento termodinamico

Dalle temperature medie di adduzione e sottrazione si calcola il rendimento reale dell'Impianto Motore Termico:

$$\eta_{MT} = 1 - \frac{T_{m,s}}{T_{m,a}} = 1 - \frac{440}{870} = 0,494.$$

Calcolo della temperatura del metano in uscita dal compressore

La temperatura in uscita dal compressore può essere calcolata a partire dal rendimento adiabatico:

$$\eta_{ad} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1} \Rightarrow T_{2'} = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)}{\eta_{ad}}.$$

Per una trasformazione adiabatica isoentropica vale la seguente relazione tra pressioni e temperature:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} = T_1 \cdot (\beta)^{\frac{K-1}{K}} = 300 \cdot (11)^{\frac{1,31-1}{1,31}} = 529,1[K].$$

La temperatura di uscita dal compressore risulta:

$$T_{2'} = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)}{\eta_{ad}} = 300 + \frac{(529,1 - 300)}{0,88} = 560,4[K].$$

Calcolo della potenza del motore

Trascurando le perdite meccaniche nel compressore e nella trasmissione motore-compressore la potenza richiesta dal compressore, per comprimere il fluido, coincide con la potenza erogata dal motore:

$$P_{IMT} = P_C = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{2'} - T_1).$$

Il calore specifico a pressione costante c_p vale:

$$c_p = \frac{R \cdot k}{k - 1}.$$

Per il calcolo della costante del metano (R_{CH_4}):

$$R_{CH_4} = \frac{\tilde{R}}{M_w} = \frac{8,31}{16,04 \cdot 10^{-3}} = 518[J/kg \cdot K].$$

Dove: $\tilde{R} = 8,31[J/mol \cdot K]$ è la costante universale dei gas e $M_w = 16,04 \cdot 10^{-3} [kg / mol]$ è il peso molecolare del metano.

Pertanto risulta:

$$c_p = \frac{R \cdot k}{k - 1} = \frac{518 \cdot 1,31}{1,31 - 1} = 2188[J/kg \cdot K].$$

Il lavoro di compressione per unità di massa elaborata è:

$$l_C = c_p \cdot (T_{2'} - T_1) = 2,188 \cdot (560,4 - 300) = 569,75 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

e moltiplicando per la portata massica si ricava la potenza:

$$P_{IMT} = P_C = \dot{m} \cdot L_C = \frac{4000}{3600} \cdot 569,75 = 633 [kW].$$

Calcolo della portata di metano elaborata dal motore termico

Poiché si assume che il rendimento globale del motore coincide con il rendimento termodinamico, si ha:

$$\eta_g = \frac{P_{IMT}}{\dot{Q}_1} = 0,494 \Rightarrow \dot{Q}_1 = \frac{633}{0,494} = 1281 \text{ [kW]}$$

La portata di metano combusta si ricava dalla potenza chimica immessa:

$$\dot{Q}_1 = \frac{\dot{m}_c}{\rho_c} \cdot H_i \Rightarrow \dot{m}_c = \frac{\dot{Q}_1 \cdot \rho_c}{H_i}$$

Per il calcolo del potere calorifico del metano per unità di massa si calcola la densità alle condizioni di riferimento 0°C ed 1 bar:

$$\rho_c = \frac{P_c}{R \cdot T_c} = \frac{1 \cdot 10^5}{518 \cdot 273,15} = 0,70 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

da cui si ricava:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{Q}_1 \cdot \rho_c}{H_i} = \frac{1281 \cdot 10^3 \cdot 0,70}{34,7 \cdot 10^6} = 0,0258 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

Calcolo del lavoro di attrito del compressore

Come è noto, il lavoro di attrito del compressore è dato da:

$$L_a = L_c - L_{pol} = L_c - \eta_{pol} \cdot L_c = (1 - \eta_{pol}) \cdot L_c$$

Il rendimento politropico può essere calcolato considerando la relazione:

$$\eta_{pol} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{m}{m-1}.$$

Come è noto per una generica trasformazione politropica di esponente m vale la seguente relazione:

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{m-1}{m} = \frac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{560}{300}\right)}{\ln(11)} = 0,2603.$$

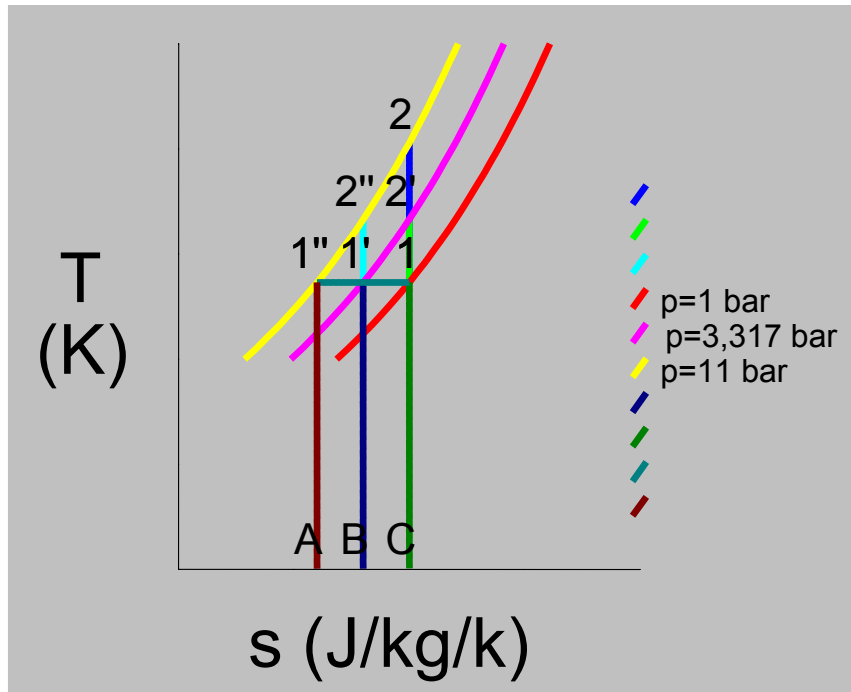
Pertanto risulta:

$$\eta_{pol} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{m}{m-1} = \frac{1,31-1}{1,31} \cdot \frac{1}{0,2603} = 0,9091.$$

Sostituendo, si ottiene il lavoro di attrito:

$$L_a = (1 - \eta_{pol}) \cdot L_c = (1 - \eta_{pol}) \cdot c_p \cdot (T_2' - T_1) = (1 - 0,9091) \cdot 2,188 \cdot (560,4 - 300) = 51,79 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

Calcolo della compressione ideale con uno stadio di interrefrigerazione



Il valore del rapporto di compressione β_1 che rende minimo il lavoro, nelle ipotesi di trasformazione reversibili e gas perfetti, risulta:

$$\beta_1 = \sqrt{\beta} = \sqrt{11} = 3,317.$$

$$\beta_2 = \beta_1 = 3,317$$

Il lavoro totale è pari alla somma dei lavori dei due stadi. Nel caso in cui la temperatura al termine dell'interrefrigerazione sia pari alla temperatura iniziale il lavoro è uguale in ognuno dei due stadi di compressione. Pertanto si ha:

$$L_{c,i} = c_p \cdot (T_2' - T_1) + c_p \cdot (T_4 - T_3) = c_p T_1 \left(\frac{T_2'}{T_1} - 1 \right) + c_p \left(\frac{T_4}{T_3} - 1 \right) = c_p \cdot T_1 \left[\beta_1^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] + c_p \cdot T_1 \left[\beta_2^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$$

$$L_{c,i} = 2 \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \left[\beta_1^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] = 2 \cdot 2,188 \cdot 300 \cdot (3,317^{0,2603} - 1) = 481 \quad [kJ/kg].$$

La riduzione di lavoro di compressione ottenibile con l'introduzione di uno stadio di interrefrigerazione è quindi pari a:

$$\Delta L = \frac{L_c - L_{c,i}}{L_c} \cdot 100 = \frac{569,75 - 481}{569,75} \cdot 100 = 15,6\%$$

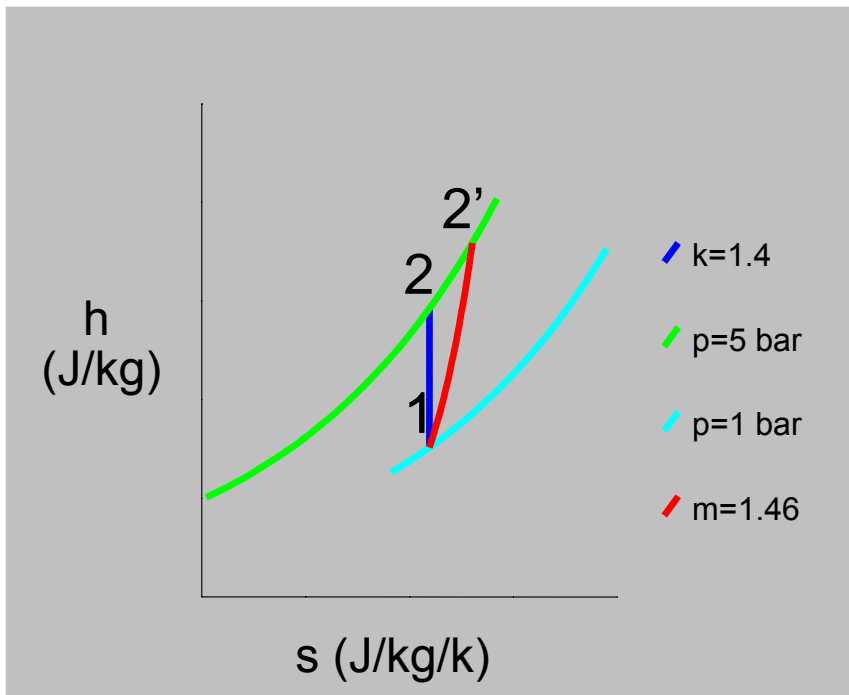
Esercizio G

Un compressore aspira 2 kg/s di aria alle condizioni $T_1=300$ [K] e $P_1=1$ [bar] comprimendoli fino ad una pressione $P_2=5$ [bar] ed una temperatura $T_2=500$ [K].

Calcolare la potenza del compressore ed i rendimenti adiabatico e politropico.

Soluzione:

- Potenza = 401,8 kW
- $\eta_{ad} = 0,87$
- $\eta_{pol} = 0,895$



Calcolo del rendimento adiabatico

Il rendimento adiabatico di una macchina operatrice è fornito dal rapporto fra il lavoro richiesto per la compressione ideale e quello effettivamente speso per realizzare la compressione reale:

$$\eta_{ad} = \frac{l_{id}}{l_r} = \frac{cp \cdot (T_2 - T_1)}{cp \cdot (T_{2'} - T_1)}$$

Per una trasformazione politropica reversibile vale:

$$\frac{T_1^{\frac{k-1}{k}}}{P_1^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{T_2^{\frac{k-1}{k}}}{P_2^{\frac{k-1}{k}}} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_1 \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

Sostituendo nella formula del rendimento adiabatico si ottiene:

$$\eta_{ad} = \frac{(T_2 - T_1)}{(T_{2'} - T_1)} = \frac{T_1 \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)}{(T_{2'} - T_1)} = \frac{300 \cdot \left(5^{\frac{0,4}{1,4}} - 1 \right)}{200} = 0,87$$

Calcolo del rendimento politropico

Il rendimento politropico di compressione può essere calcolato considerando la relazione:

$$\eta_{pol} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{m}{m-1}.$$

Come è noto per una generica trasformazione politropica di esponente m vale la seguente relazione:

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} = \frac{T_{2'}}{T_1} \Rightarrow \frac{m-1}{m} = \frac{\ln\left(\frac{T_{2'}}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{500}{300}\right)}{\ln(5)} = 0,317 \Rightarrow m = \frac{1}{1-0,317} = 1,46.$$

Pertanto risulta:

$$\eta_{pol} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{m}{m-1} = \frac{1,4-1}{1,4} \cdot \frac{1}{0,317} = 0,9.$$

Calcolo della potenza

Il lavoro specifico di compressione reale, come già si è visto in precedenza, si calcola come:

$$l_r = cp \cdot (T_{2'} - T_1) = \frac{R \cdot k}{k-1} \cdot (T_{2'} - T_1) = \frac{0,287 \cdot 1,4}{1,4} \cdot 200 = 200,9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

La potenza può quindi essere ricavata, nota la portata d'aria elaborata dal compressore:

$$P = \dot{m} \cdot l_r = 2 \cdot 200,9 = 401,8 \text{ [kW]}$$

Esercizio H

Un compressore, caratterizzato da un rendimento politropico pari a .9, elabora una portata di aria pari a 65 kg/h, dalle condizioni ambientali ($p_1= 2.4$ bar, $T_1= 310$ K) alle condizioni vigenti nel serbatoio 2 ($T_2= 510$ K) (condizione A).

Calcolare:

- Il rapporto di compressione manometrico.
- Il rendimento adiabatico di compressione
- La potenza necessaria per azionare il compressore (trascurare le perdite meccaniche).
- Il lavoro di attrito.
- La potenza richiesta ed il rendimento adiabatico nel caso in cui il compressore operi con valori doppi della portata massica e del rapporto di compressione (condizione B), supponendo inalterato il rendimento politropico.

Soluzione:

- Rapporto di compressione manometrico = 4.79
- Rendimento adiabatico di compressione = 0.876
- Potenza necessaria per azionare il compressore (trascurare le perdite meccaniche) = 3.64 kW
- Lavoro di attrito = 20177 J/kg
- La potenza richiesta ed il rendimento adiabatico nel caso in cui il compressore operi con valori doppi della portata massica e del rapporto di compressione (condizione B), supponendo inalterato il rendimento politropico = 11.86 kW ; 0.864

Calcolo del rapporto di compressione manometrico

Dalla formula del rendimento politropico si ricava l'esponente m della compressione reale:

$$\eta_{pol} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{m}{m-1} \Rightarrow \frac{m}{m-1} = \eta_{pol} \cdot \frac{k}{k-1} = 0,9 \cdot \frac{1,4}{0,4} = 3,15 \Rightarrow$$
$$m = \frac{3,15}{3,15-1} = 1,46$$

Per una compressione adiabatica reale, si ha:

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} = \frac{T_2}{T_1}$$

da cui si ricava:

$$\beta = \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{m}{m-1}} = \left(\frac{510}{310} \right)^{\frac{1,46}{1,46-1}} = 4,79$$

Calcolo del rendimento adiabatico

Il rendimento adiabatico è dato da:

$$\eta_{ad} = \frac{(T_{2id} - T_1)}{(T_2 - T_1)} = \frac{T_1 \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)}{(T_2 - T_1)} = \frac{310 \cdot \left(4,79^{\frac{0,4}{1,4}} - 1 \right)}{200} = 0,876$$

Calcolo della potenza e del lavoro di attrito

Il lavoro specifico speso per azionare il compressore è dato da:

$$l_c = cp \cdot (T_2 - T_1) = \frac{R \cdot k}{k-1} \cdot (T_2 - T_1) = \frac{0,287 \cdot 1,4}{1,4} \cdot 200 = 200,9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

La potenza si ricava moltiplicando l_c per la portata massica di aria elaborata dal motore:

$$P = \dot{m} \cdot l_c = \frac{65}{3600} \cdot 200,9 = 3,63 \text{ [kW]}$$

Il lavoro di attrito è pari a:

$$L_a = L_c - L_{pol} = L_c - \eta_{pol} \cdot L_c = (1 - \eta_{pol}) \cdot L_c = (1 - 0,9) \cdot 200,9 = 20,1 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

Calcolo della potenza e del rendimento adiabatico (Condizione B)

In questo caso il rendimento adiabatico risulta pari a:

$$\eta_{ad,2} = \frac{(T_{2id} - T_1)}{(T_2 - T_1)} = \frac{T_1 \left((2\beta)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)}{T_1 \left((2\beta)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right)} = \frac{(2 \cdot 4,79)^{\frac{0,4}{1,4}} - 1}{(2 \cdot 4,79)^{\frac{0,46}{1,46}} - 1} = 0,865$$

La potenza, per quanto visto in precedenza si calcola come:

$$P_2 = 2 \cdot \dot{m} \cdot l_{c,2} = 2 \cdot \dot{m} \cdot cp \cdot (T_2 - T_1)$$

La temperatura in uscita dal compressore è pari a:

$$T_2 = T_1 \cdot (2\beta)^{\frac{m-1}{m}} = 310 \cdot (2 \cdot 4,79)^{\frac{0,46}{1,46}} = 635 \text{ [K]}$$

La potenza è quindi pari a:

$$P_2 = 2 \cdot \dot{m} \cdot l_{c,2} = 2 \cdot \dot{m} \cdot cp \cdot (T_2 - T_1) = 2 \cdot \frac{65}{3600} \cdot \frac{0,287 \cdot 1,4}{1,4} \cdot (635 - 310) = 11,79 \text{ [kW]}$$

Esercizio I

Un impianto di compressione è costituito da una turbina assiale a reazione ($R=0.5$) connessa meccanicamente a due compressori che elaborano rispettivamente ossigeno ed azoto. Le caratteristiche dell'impianto sono:

Compressore 1

- fluido elaborato: ossigeno
- pressione all'aspirazione = 1.04 bar
- temperatura all'aspirazione = 310 K
- temperatura di mandata = 680 K
- rapporto di compressione = 9.5
- portata elaborata = 5.1 kg/s

Compressore 2

- fluido elaborato: azoto
- pressione all'aspirazione = 1.04 bar
- temperatura all'aspirazione = 300 K
- rapporto di compressione = 14

Turbina

- fluido elaborato: miscela di gas combusti (rapporto tra i calori specifici $k=1.3$, peso molecolare 30 g/mol)
- temperatura all'aspirazione = 1000 K
- temperatura allo scarico = 640 K
- pressione all'aspirazione = 10.2 bar
- pressione allo scarico = 1.02 bar
- regime di rotazione = 6300 giro/min
- angolo di uscita pala statorica = 12°

Calcolare:

- Rendimenti politropici di compressione
- Portata di gas elaborata dalla turbina
- Potenza della turbina
- Numero di stadi della turbina necessari a smaltire il salto entalpico.
- Altezza della palettatura nella sezione di scarico della turbina.

Ipotesi:

- Comportamento da gas perfetto dei fluidi elaborati dai compressori e dalla turbina.
- Analogo grado di irreversibilità delle trasformazioni di compressione.
- Si assuma la portata di azoto, elaborata dal secondo compressore, pari al doppio della portata di ossigeno elaborata dal primo compressore.

Soluzione:

- Rendimenti politropici di compressione = 0.819
- Portata di gas elaborata dalla turbina = 15.09 kg/s
- Potenza della turbina = 6522 kW
- Numero di stadi della turbina necessari a smaltire il salto entalpico = 3
- Altezza della palettatura nella sezione di scarico della turbina = 7.64 cm

Calcolo dei rendimenti di compressione

Per il primo compressore sono note le temperature di aspirazione e di mandata ed il rapporto di compressione, per cui è possibile ricavare l'esponente m_c , che, per le ipotesi fatte, è comune ad entrambe le trasformazioni di compressione:

$$\left(\frac{p_{2c1}}{p_{1c1}}\right)^{\frac{m-1}{m}} = \frac{T_{2c1}}{T_{1c1}} \Rightarrow \frac{m_c - 1}{m_c} = \frac{\ln\left(\frac{T_{2c1}}{T_{1c1}}\right)}{\ln(\beta_{c1})} = \frac{\ln\left(\frac{680}{310}\right)}{\ln(9,5)} = 0,349 \Rightarrow m_c = \frac{1}{1 - 0,349} = 1,53 .$$

Poiché per l'ossigeno e l'azoto si può assumere $k = 1,4$, si ha:

$$\eta_{pol,c1} = \eta_{pol,c2} = \frac{k_c - 1}{k_c} \cdot \frac{m_c}{m_c - 1} = \frac{1,4 - 1}{1,4} \cdot \frac{1}{0,349} = 0,819$$

Calcolo della Potenza della turbina

La potenza fornita dalla turbina è pari alla potenza necessaria ad azionare i due compressori:

$$P_T = \dot{m}_T \cdot l_T = P_c$$

$$P_c = \dot{m}_{c1} \cdot l_{c1} + \dot{m}_{c2} \cdot l_{c2}$$

Per calcolare i lavori specifici di compressione, è necessario calcolare i calori specifici a pressione costante dell'azoto e dell'ossigeno:

$$c_{pO_2} = \frac{kR_{O_2}}{k-1} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{\tilde{R}}{M_{O_2}} = \frac{1,4}{0,4} \cdot \frac{8314,3}{32} = 909,38 \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

$$c_{pN_2} = \frac{kR_{N_2}}{k-1} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{\tilde{R}}{M_{N_2}} = \frac{1,4}{0,4} \cdot \frac{8314,3}{28} = 1039,17 \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

È ora possibile calcolare i due lavori specifici di compressione:

$$l_{c1} = c_{pO_2} \cdot (T_{2,c1} - T_{1,c1}) = 0,909 \cdot (680 - 310) = 336,33 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$l_{c2} = c_{pN_2} \cdot (T_{2,c2} - T_{1,c2}) = c_{pN_2} \cdot T_{1,c2} \cdot \left(\beta_{c2}^{\frac{m_c-1}{m_c}} - 1 \right) = 1,039 \cdot 300 \cdot (14^{0,349} - 1) = 471,25 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

Per le ipotesi assunte sulle portate massiche elaborate dai due compressori, è possibile ricavare la potenza come:

$$P_c = P_T = \dot{m}_{c1} \cdot l_{c1} + \dot{m}_{c2} \cdot l_{c2} = \dot{m}_{c1} \cdot (l_{c1} + 2 \cdot l_{c2}) = 5,1 \cdot (336,33 + 2 \cdot 471,25) = 6522 \text{ [kW]}$$

Calcolo della portata di gas elaborata dalla turbina

La portata elaborata dalla turbina è facilmente ottenibile dalla potenza fornita:

$$P_T = \dot{m}_T \cdot l_T \Rightarrow \dot{m}_T = \frac{P_T}{l_T}$$

Il calore specifico a pressione costante della miscela di gas elaborata dalla turbina è pari a:

$$c_{pO_2} = \frac{k_{gas} R_{gas}}{k_{gas} - 1} = \frac{k_{gas}}{k_{gas} - 1} \cdot \frac{\tilde{R}}{M_{gas}} = \frac{1,3}{0,3} \cdot \frac{8314,3}{30} = 1200,95 \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

Il lavoro specifico della turbina si calcola come:

$$l_T = c_{p_{gas}} \cdot (T_{1,T} - T_{2,T}) = 1,201 \cdot (1000 - 640) = 432,36 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

La portata elaborata dalla turbina è quindi pari a:

$$\dot{m}_T = \frac{P_T}{l_T} = \frac{6522}{432,36} = 15,09 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

Calcolo del numero di stadi necessari per smaltire il salto entalpico

Ipotizzando un valore limite della velocità di trascinamento pari a 400 m/s, il numero di stadi necessario per lo smaltimento della portata può essere calcolato come:

$$n_s = \frac{l_T}{l_{max}} = \frac{l_T}{u_{max}^2} = \frac{432,36 \cdot 10^3}{400^2} = 2,7 \Rightarrow n_s = 3$$

Calcolo dell'altezza di palettatura nella sezione di scarico della turbina

A questo punto, la velocità di trascinamento effettiva sarà:

$$u^2 = \frac{l_T}{n_s} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{432,36 \cdot 10^3}{3}} = 379,63 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Nota la velocità di rotazione, è possibile ricavare il diametro medio della sezione di uscita:

$$u = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot \frac{D_m}{2} \Rightarrow D_m = \frac{60 \cdot u}{\pi \cdot n} = \frac{60 \cdot 379,63}{\pi \cdot 6300} = 1,15 \text{ [m]}$$

Le velocità c1 e c2, nel caso di turbine a reazione con R = 0.5, si calcolano come:

$$c_1 = \frac{u}{\cos(\alpha_1)} = \frac{379,63}{\cos(12^\circ)} = 388,11 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$c_2 = c_1 \cdot \sin(\alpha_1) = 388,11 \cdot \sin(12^\circ) = 80,69 \left[\frac{m}{s} \right]$$

La densità dei gas allo scarico della turbina è pari a:

$$\rho_{2T} = \frac{M_{gas} \cdot P_{2T}}{R_{gas} \cdot T_{2T}} = \frac{30 \cdot 1,02 \cdot 10^5}{8314,3 \cdot 640} = 0,57 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

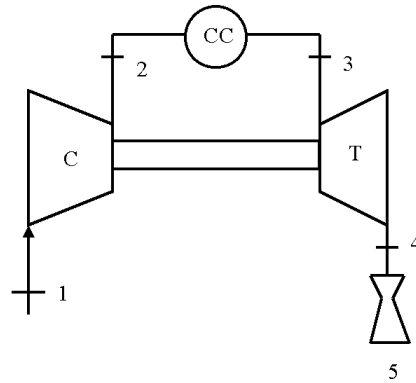
La sezione allo scarico sarà quindi:

$$\dot{m}_T = \rho_{2T} \cdot c_2 \cdot A \Rightarrow A = \frac{\dot{m}_T}{\rho_{2T} \cdot c_2} = \frac{15,09}{0,57 \cdot 80,69} = 0,33 \text{ [m}^2\text{]}$$

L'altezza della palettatura si calcola come:

$$A = \pi D_m h \quad \Rightarrow \quad h = \frac{A}{\pi D_m} = 0.09 \text{ [m]}$$

Esercizio L



Un motore a getto per uso aeronautico è caratterizzato dai seguenti dati:

- condizioni all'aspirazione: $p_1 = .95 \text{ bar}$; $T_1 = 310 \text{ K}$;
- rapporto di compressione: $\beta = 8$
- temperatura massima (ingresso turbina): $T_3 = 1300 \text{ K}$;
- portata evolvente: 25 kg/s ;

Calcolare la potenza del compressore e la spinta massima in fase di rullaggio nell'ipotesi di funzionamento ideale del compressore e della turbina.

Soluzione:

- Potenza = 6316 kW
- Spinta max = 20,368 kN

Calcolo della potenza del compressore

La potenza assorbita dal compressore è data dal prodotto fra la portata di gas aspirata ed il lavoro specifico speso per azionare il compressore:

$$P_{comp} = \dot{m}_g \cdot l_{comp} = \dot{m}_g \cdot cp(T_2 - T_1)$$

Per l'ipotesi di funzionamento ideale del compressore, la temperatura di mandata del compressore è pari a:

$$\frac{T_1}{P_1^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{T_2}{P_2^{\frac{k-1}{k}}} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_1 \cdot \beta_c^{\frac{k-1}{k}}$$

Sostituendo nella formula per il calcolo della potenza, si ottiene:

$$P_{comp} = \dot{m}_g \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \left(\beta_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) = 25 \cdot 1,0045 \cdot 310 \cdot \left(8^{\frac{0,4}{1,4}} - 1 \right) = 6316 \text{ [kW]}$$

Calcolo della spinta massima

Per il calcolo della spinta esercitata dal fluido scaricato dal motore a getto sul velivolo è necessario conoscere la temperatura di uscita dalla turbina T_4 , che si può ricavare imponendo l'uguaglianza fra il lavoro generato dall'espansione in turbina e quello speso per azionare il compressore:

$$l_{turb} = l_{comp} \Rightarrow T_2 - T_1 = T_3 - T_4$$

$$T_4 = T_3 - T_2 + T_1 = T_3 + T_1 \cdot \left(1 - \beta_c^{\frac{k-1}{k}} \right) = 1300 + 310 \left(1 - 8^{\frac{0,4}{1,4}} \right) = 1048 \text{ [K]}$$

Per l'ipotesi di funzionamento ideale della turbina e poiché è nota la pressione di aspirazione del compressore (pari a 0,95 bar), risulta:

$$P_4 = \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{k}{k-1}} \cdot P_3 = \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{k}{k-1}} \cdot \beta_c \cdot P_1 = \left(\frac{1048}{1300} \right)^{\frac{1,4}{0,4}} \cdot 8 \cdot 0,95 = 3,575 \text{ [bar]}$$

A valle della turbina il fluido viene accelerato all'interno di un ugello convergente-divergente; tra l'ingresso e l'uscita dell'ugello si può applicare l'equazione di conservazione dell'energia:

$$h_4 + \frac{c_4^2}{2} = h_5 + \frac{c_5^2}{2}$$

Anche per l'espansione all'interno dell'ugello si assume un processo ideale, pertanto la temperatura nel punto 5 è data da:

$$T_5 = T_4 \cdot \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 1048 \cdot \left(\frac{0,95}{3,575} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 717,6 \text{ [K]}$$

Assumendo la velocità di uscita dalla turbina trascurabile, la velocità di uscita del getto può essere ottenuta come:

$$c_5^2 = 2 \cdot (h_4 - h_5) \Rightarrow c_5 = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_4 - T_5)} = \sqrt{2 \cdot 1,0045 \cdot 1000 \cdot (1048 - 717,6)} = 814,72 \left[\frac{m}{s} \right]$$

La spinta propulsiva in fase di rullaggio è quindi pari a:

$$S_p = \dot{m}_g \cdot (c_5 - v_{vel}) = 25 \cdot (814,72 - 0) = 20,368 \text{ [kN]}$$

Esercizio M

Una pompa centrifuga aspira **45 [m³/h]** di acqua da un bacino per alimentare un serbatoio a pressione atmosferica posto ad un dislivello di **55 [m]**. Il lavoro Euleriano della pompa è espresso in funzione del regime di rotazione n [rpm] e della portata volumetrica Q [m³/h] attraverso la relazione: $H_E [m] = 20 (n / 1000)^2 - (n/1000)(Q/10)$, mentre le perdite di carico distribuite dell'impianto sono espresse dalla relazione: $H_c [m] = (Q/10)^2$.

Assumendo un regime di rotazione di **2400 [rpm]**, calcolare la prevalenza totale della pompa, il rendimento e la potenza assorbita.

Considerato che la pompa è azionata da un impianto motore termico alimentato a gasolio ($H_i = 44000$ KJ/Kg, $\rho = 0750$ Kg/m³) con un rapporto tra le potenze termiche ceduta ed addotta pari a **.725** e con rendimenti meccanico e di combustione pari a **.85**, calcolare il rendimento globale dell'impianto motore ed il consumo orario (l/h) di combustibile

Ipotesi: si trascurino le perdite meccaniche nel collegamento tra IMT e pompa.

Prevalenza totale

La prevalenza totale, ossia l'energia meccanica che un kg di fluido acquista attraversando la pompa tra la flangia A e la flangia B è espressa dalla relazione:

$$H_t = (z_B - z_A) + \frac{p_B - p_A}{\gamma} + \frac{c_B^2 - c_A^2}{2g}.$$

L'energia occorrente al fluido per passare dal serbatoio 1 al serbatoio 2 viene attinta da quell'aliquota di lavoro meccanico trasferita al fluido nella forma indegradata, cioè da H_t . Pertanto:

$$H_t = H_u + H_c = (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + H_c.$$

in cui la somma dei primi due termini viene detta prevalenza utile (H_u). Gli ultimi due termini rappresentano rispettivamente le perdite nella condotta e le perdite di sbocco. Nel nostro caso $p_1 = p_2$ e $c_2 = 0$. Pertanto:

$$H_c = \left(\frac{Q}{10}\right)^2 = \left(\frac{45}{10}\right)^2 = 20,25 [m].$$

$$H_u = 55 [m].$$

$$H_t = H_u + H_c = 55 + 20,25 = 75,25 [m].$$

Rendimento della Pompa

Il rendimento della pompa è dato dal confronto tra il lavoro della pompa e il lavoro Euleriano. Il lavoro Euleriano in funzioni delle variabili operative è dato da una relazione del tipo:

$$K_1 \cdot n^2 + K_2 \cdot Q \cdot n \cdot \cot(\beta_2).$$

$$\beta > 0 \Rightarrow \cot(\beta) < 0.$$

$$\beta < 0 \Rightarrow \cot(\beta) > 0.$$

Nel nostro caso:

$$H_E = 20 \cdot \left(\frac{n}{1000} \right)^2 - \left(\frac{n}{1000} \right) \left(\frac{Q}{10} \right) = 20 \cdot \left(\frac{2400}{1000} \right)^2 - \left(\frac{2400}{1000} \right) \left(\frac{45}{10} \right) = 104,4 \text{ [m]}.$$

$$\eta_p = \frac{H_t}{H_E} = \frac{75,25}{104,4} = 0.721 \text{ [m]}.$$

Potenza assorbita

La potenza è data dalla relazione:

$$P = \frac{\rho_a \cdot Q \cdot H_E \cdot 9.81}{3600 \cdot 1000} = \frac{1000 \cdot 45 \cdot 104,4 \cdot 9.81}{3600 \cdot 1000} = 12.80 \text{ [kW]}.$$

Rendimento globale

Dalla catena dei rendimenti:

$$\eta_g = \eta_b \cdot \eta_r \cdot \eta_m.$$

Il rendimento termodinamico dell' IMT è dato dalla relazione:

$$\eta_r = 1 - \frac{Q_c}{Q_a} = 1 - 0.725 = 0.275.$$

Pertanto:

$$\eta_g = 0.85 \cdot 0.275 \cdot 0.85 = 0.199.$$

Consumo Orario di Combustibile

Il consumo orario di combustibile è dato dalla relazione

$$\frac{P}{\eta_g} = \rho_f \cdot q_{fuel} \cdot H_i.$$

$$q_{fuel} = \frac{P}{H_i \cdot \rho_f \cdot \eta_g} = \frac{12.80 \cdot 1000 \cdot 3600}{44000 \cdot 0.199 \cdot 750} = 7.02 \left[\frac{l}{h} \right].$$

Esercizio N

Un impianto di pompaggio è costituito da una pompa dinamica e da due serbatoi a pressione atmosferica; la differenza di quota tra i livelli dell'acqua è pari a 55 [m]. La caratteristica interna della pompa (H_i) e la caratteristica esterna del circuito (H_e) sono espresse attraverso le due funzioni riportate nella Tabella 1. Il rendimento della pompa è pari a .88 ed il regime di rotazione è di 2600 [giro/min].

La pompa è azionata da un impianto motore termico con turbina a gas a circuito aperto con rapporto di compressione $\beta = 4.3$ ed aspira aria alla temperatura ambiente $T_1 = 310$ [K], la temperatura di fine compressione è $T_2 = 490$ [K]. Per la combustione viene utilizzato del metano (potere calorifico inferiore $h_i = 44000$ [kJ/kg]) con un rapporto di miscela di 80.5.

Calcolare l'energia fornita dalla pompa al fluido, e l'energia fornita dall'IMT alla pompa, la portata d'acqua elaborata dalla pompa e la potenza assorbita dalla pompa. Si valutino il consumo di combustibile ed il rendimento dell'impianto a gas.

Ipotesi: si assuma lo stesso rendimento politropico per il compressore e la turbina, si trascurino le perdite meccaniche nel collegamento tra IMT e pompa.

Tabella 1

Forma funzionale	Unità di misura	Coefficienti
$H_i = k1 (n / 1000)^2 + 2 (n / 1000) Q - Q^2$	H_i [m]; Q [$m^3/min.$]; n [giro/min.]	$k1 = 50$
$H_e = H_u + Q^2$	H_e, H_u [m]; Q [$m^3/min.$]	$k4 = 1$

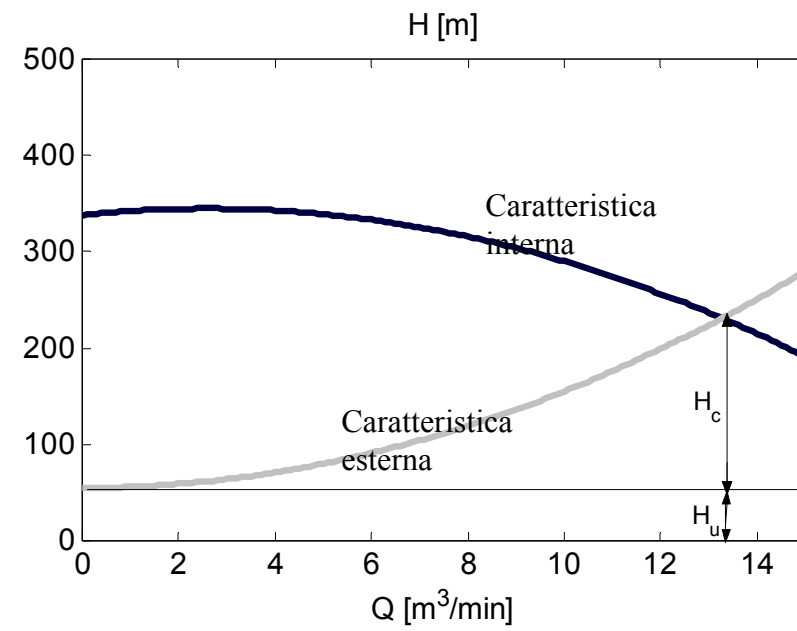


Figura 1: Curve caratteristiche della pompa relative alle funzioni riportate in tabella 1.

Portata elaborata dalla pompa

In condizioni di regime si ha che la caratteristica interna della pompa coincide con la caratteristica esterna (Figura 1), data dalla somma della prevalenza utile H_u e delle perdite di carico H_c . Utilizzando le due funzioni in tabella 1 ed imponendo l'uguaglianza $H_i = H_e$ è possibile ricavare la portata elaborata dalla pompa:

$$k1\left(\frac{n}{1000}\right)^2 + 2\left(\frac{n}{1000}\right)Q - Q^2 = H_u + Q^2 \quad \Rightarrow \quad 2Q^2 - 5,2Q - 283 = 0$$

Risolviendo l'equazione di secondo grado, poiché sono ammissibili solo valori positivi della portata, si ha:

$$Q = 13,266 \left[\frac{m^3}{min} \right]$$

Calcolo dell'energia fornita al fluido dalla pompa

L'energia fornita dalla pompa alla quantità d'acqua elaborata è legata alla prevalenza totale della pompa, calcolata come:

$$H_t = H_u + H_c = 55 + Q^2 = 55 + 13,266^2 = 230,99 \quad [m]$$

$$E_t = H_t \cdot g = 230,99 \cdot 9,81 = 2266,01 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

in cui g è l'accelerazione di gravità $[m/s^2]$

Potenza assorbita dalla pompa

La potenza è data dalla relazione:

$$P_p = \rho_a \cdot Q \cdot H_E \cdot g$$

in cui H_E rappresenta il lavoro euleriano, il quale è a sua volta legato alla prevalenza totale:

$$\eta_p = \frac{H_t}{H_E} \quad \Rightarrow \quad H_E = \frac{H_t}{\eta_p} = \frac{230,99}{0,88} = 262,49 \quad [m]$$

pertanto la potenza è pari a:

$$P_p = \rho_a \cdot Q \cdot H_E \cdot g = 1000 \cdot (13,266/60) \cdot 262,49 \cdot 9,81 \cdot 10^{-3} = 569,34 \quad [kW]$$

L'energia fornita dall'IMT alla pompa è direttamente proporzionale al lavoro euleriano attraverso g :

$$E_{IMT} = H_E \cdot g = 262,49 \cdot 9,81 = 2575,03 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

IMT

Il rendimento politropico del compressore, uguale a quello della turbina per le ipotesi considerate, può essere calcolato considerando la relazione:

$$\eta_{pol} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{m_c}{m_c - 1}$$

Il coefficiente m_c del compressore si può calcolare in funzione delle temperature di aspirazione e di mandata e del rapporto di compressione:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m_c-1}{m_c}} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{m_c-1}{m_c} = \frac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln(\beta)} = \frac{\ln\left(\frac{490}{310}\right)}{\ln(4,3)} = 0,314.$$

Pertanto risulta:

$$\eta_{pol} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{m_c}{m_c-1} = \frac{1,4-1}{1,4} \cdot \frac{1}{0,314} = 0,91.$$

Per la turbina si avrà:

$$\eta_{pol} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{m_t-1}{m_t} \Rightarrow \frac{m_t-1}{m_t} = \frac{1,4-1}{1,4} \cdot \frac{1}{0,91} = 0,26$$

Come è noto il calore prodotto dalla combustione del combustibile è legato alla differenza di temperatura fra ingresso e uscita dalla camera di combustione secondo il seguente bilancio:

$$\dot{m}_c \cdot H_i = (\dot{m}_a + \dot{m}_c) \cdot cp \cdot (T_3 - T_2)$$

Dividendo ambo i membri per la portata di combustibile \dot{m}_c , nota la relazione $\alpha = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c}$ si ha:

$$T_3 = T_2 + \frac{H_i}{(1+\alpha) \cdot cp}$$

il cp dell'aria è pari a:

$$c_p = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{\tilde{R}}{M_a} = \frac{1,4}{0,4} \cdot \frac{8314}{29} = 1003 \quad [J/kg \cdot K]$$

la temperatura dei gas all'ingresso in turbina sarà quindi:

$$T_3 = T_2 + \frac{H_i}{(1+\alpha) \cdot cp} = 490 + \frac{44 \cdot 10^6}{81,5 \cdot 1003} = 1028,26 \quad [K]$$

I lavori specifici di turbina e compressore sono pari a:

$$l_{comp} = cp \cdot (T_2 - T_1) = 1,003 \cdot (490 - 310) = 180,54 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$l_t = cp \cdot (T_3 - T_4) = cp \cdot T_3 \left(1 - \left(\frac{1}{\beta} \right)^{\frac{m_t-1}{m_t}} \right) = 1,003 \cdot 1028,26 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{4,3} \right)^{0,26} \right) = 325,51 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

È quindi possibile calcolare il rendimento dell'impianto motore termico:

$$\eta_{IMT} = \frac{l_t - l_c}{cp(T_3 - T_2)} = \frac{325,51 - 180,54}{1,003 \cdot (1028,26 - 490)} = 0,268$$

La potenza erogata dalla turbina deve bilanciare sia la potenza assorbita dall'impianto di pompaggio che quella assorbita dal compressore dell'IMT:

$$P_t = P_{comp} + P_p$$

Poiché la potenza erogata dalla turbina e quella assorbita dal compressore sono rispettivamente pari a:

$$P_t = \dot{m}_t \cdot l_t = (\dot{m}_a + \dot{m}_c) \cdot l_t$$

$$P_{comp} = \dot{m}_{comp} \cdot l_c = \dot{m}_a \cdot l_c$$

si ricava:

$$(\dot{m}_a + \dot{m}_c) \cdot l_t = \dot{m}_a \cdot l_{comp} + P_p$$

e dividendo ambo i membri per \dot{m}_a :

$$\dot{m}_c \cdot [(1 + \alpha)l_t - \alpha \cdot l_{comp}] = P_p \quad \Rightarrow$$

$$\dot{m}_c = \frac{P_p}{[(1 + \alpha)l_t - \alpha \cdot l_{comp}]} = \frac{569,335}{[81,5 \cdot 325,51 - 80,5 \cdot 180,54]} \cdot 3600 = 170,86 \left[\frac{kg}{h} \right]$$

Esercizio O

Un impianto di compressione è costituito da tre compressori dinamici azionati da una turbina a vapore di un impianto a ciclo Rankine. Nel primo compressore viene elaborata una portata di 5.3 [kg/s] di metano ($H_i = 44$ [MJ/kg]) che è aspirato alla pressione di .8 [bar] ed alla temperatura di 300 [K], le condizioni di mandata sono: pressione 3.3 [bar] e temperatura 455 [K]. Una frazione di metano all'uscita del primo compressore alimenta il generatore di vapore dell'impianto motore e la rimanente parte viene compressa nel secondo compressore fino alla pressione di 5.7 [bar]. Il terzo compressore aspira una portata di 12 [kg/s] di azoto alla pressione di 1 [bar] ed alla temperatura di 300 [K], la pressione di mandata è di 8.8 [bar].

L'impianto a vapore opera tra le pressioni minima e massima di .082 [bar] e 19.5 [bar], si assuma un rendimento di combustione per il generatore di vapore pari a .84 ed un rendimento meccanico della turbina di .93.

Si calcoli il consumo di metano, la portata di vapore, il rendimento globale dell'impianto motore ed il titolo del vapore allo scarico della turbina dell'impianto a vapore. Si calcoli il rendimento politropico dei compressori nell'ipotesi che i tre compressori presentino lo stesso rendimento politropico e si valuti la potenza assorbita dall'impianto di compressione.

Dati compressori 1-2:

$$\dot{m}_{CH_4} = 5.3 \text{ Kg} / \text{s} \quad H_i = 44 \text{ MJ} / \text{Kg} \quad P_{11} = 0.8 \text{ bar} \quad T_{11} = 300 \text{ K} \quad P_{12} = 3.30 \text{ bar} \quad T_{12} = 455 \text{ K}$$
$$P_{21} = P_{12} \quad T_{21} = T_{12} \quad P_{22} = 5.70 \text{ bar}$$

Dati compressore 3:

$$\dot{m}_{N_2} = 12 \text{ Kg} / \text{s} \quad P_{31} = 1 \text{ bar} \quad T_{31} = 300 \text{ K} \quad P_{32} = 8.8 \text{ bar}$$

Dati relativi all'impianto a vapore:

$$P_3 = 19.5 \text{ bar} \quad P_4 = 0.082 \text{ bar} \quad h_{comb, GV} = 0.84 \quad h_{mec, T} = 0.93$$

Svolgimento dell'esercizio:

Il calcolo delle proprietà del vapore all'interno del ciclo Rankine viene effettuato ricorrendo all'adozione della Tabella II, noti i valori della pressione ed interpolando linearmente i valori di entalpia ed entropia.

Pertanto risulta:

$$S^{l_3} = 2.3713 + (19.5 - 17.00) \frac{2.4469 - 2.33713}{20.00 - 17.00} = 2.4343 \text{ kJ/kgK}$$

$$S^{v_3} = 6.3957 + (19.5 - 17.00) \frac{6.3367 - 6.3957}{20.00 - 17.00} = 6.3465 \text{ kJ/kgK}$$

$$h^l_3 = 871.84 + (19.5 - 17.00) \frac{908.59 - 871.84}{20.00 - 17.00} = 902.46 \text{ kJ/kg}$$

$$h^v_3 = 2793.4 + (19.5 - 17.00) \frac{2797.2 - 2793.4}{20.00 - 17.00} = 2796.56 \text{ kJ/kg}$$

$$h^l_3 = 871.84 + (19.5 - 17.00) \frac{908.59 - 871.84}{20.00 - 17.00} = 902.46 \text{ KJ/Kg}$$

Per il calcolo delle proprietà nel punto 4 si approssima il valore della pressione di 0.082 bar al valore presente in tabella di 0.08 bar, quindi tenendo conto che ci troviamo in presenza di una miscela bifase, si procede prima al calcolo del titolo:

$$S_4 = S^l_4 + (S^v_4 - S^l_4)x_4$$

$$S_4 = S^v_3 = 6.3465 \text{ kJ/kgK} \quad S^v_4 = 8.2296 \text{ kJ/kgK} \quad S^l_4 = 0.5925 \text{ kJ/kgK}$$

$$x_4 = \frac{6.3465 - 0.5925}{8.2296 - 0.5925} = 0.75$$

pertanto:

$$h_4 = h^l_4 + (h^v_4 - h^l_4)x_4 \quad e \quad h^v_4 = 2577.1 \text{ kJ/kg} \quad h^l_4 = 173.86 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{quindi: } h_4 = 173.86 + 0.75(2577.1 - 173.86) = 1976.29 \text{ kJ/kg}$$

Per il compressore 1:

$$k = c_p/c_v = 1.31 \quad M_{w,CH_4} = 12 + 1 \cdot 4 = 16 \text{ kg/mole} \quad \tilde{R} = 8.313 \text{ kJ/kmolK}$$

$$R_{CH_4} = \frac{8.313}{16} = 0.519 \text{ kJ/kgK}$$

$$\text{il rapporto di compressione è: } b_{C1} = \frac{P_{12}}{P_{11}} = \frac{3.3}{0.8} = 4.125$$

e ricordando che per una trasformazione politropica $T_p^{\frac{1-m_{C1}}{m_{C1}}} = \text{cost.}$, con m_{C1} esponente della politropica, pari ad

$$m_{C1} = \frac{1}{\frac{\log T_{12}}{\log T_{11}} - 1} = \frac{1}{\frac{\log \frac{455}{300}}{\log 4.125} - 1} = 1.413$$

Oss.: come ci si aspettava $m_{C1} > k_{CH_4}$

Il rendimento politropico del compressore 1 vale:

$$h_{C1}^{pol} = \frac{k_{CH_4} - 1}{k_{CH_4}} \frac{m_{C1}}{m_{C1} - 1} = \frac{1.31 - 1}{1.31} \frac{1.413}{1.413 - 1} = 0.80$$

Per il compressore 2: $T_{221} = T_{12} = 455K$ $b_{C2} = \frac{P_{22}}{P_{21}} = \frac{5.7}{3.3} = 1.72$

per ipotesi i tre compressori hanno lo stesso rendimento politropico, allora i compressori 1 e 2 hanno anche lo stesso esponente della politropica, in quanto al loro interno evolve lo stesso fluido; in tal modo è possibile calcolare la temperatura a valle del secondo compressore:

$$T_{22} = T_{21} b_{C1}^{\frac{m_{C1}-1}{m_{C1}}} = 455 * 1.72^{\frac{1.41-1}{1.41}} = 532K$$

Per il compressore 3: $k = c_p/c_v = 1.4$ $M_{w,CH_4} = 14 * 2 = 28 kg/mole$ $\tilde{R} = 8.313 kJ/kmolK$

$$R_{CH_4} = \frac{8.313}{28} = 0.296 kJ/kgK$$

$$b_{C3} = \frac{P_{31}}{P_{32}} = \frac{8.8}{1} = 8.8$$

Considerando che il rendimento politropico è lo stesso degli altri compressori ed applicando la formula inversa si ha:

$$m_{C3} = \frac{1}{\frac{k_{N_2} - 1}{k_{N_2}}} = \frac{1}{\frac{1.4 - 1}{1.4}} = 1.56$$

$$1 - \frac{k_{N_2}}{h_{C1}^{pol}} = 1 - \frac{1.4}{0.80}$$

da cui, trattandosi di una compressione politropica si ricava:

$$T_{32} = T_{31} b_{C3}^{\frac{m_{C3}-1}{m_{C3}}} = 300 * 8.8^{0.35} = 642K$$

Eseguendo il bilancio di energia risulta: $h_{mec,T} P_T = P_{C1} + P_{C2} + P_{C3}$

$$h_{mec,T} \dot{m}_v (h_3 - h_4) = \Delta h_{C1} \dot{m}_{CH_4,C1} + \Delta h_{C2} \dot{m}_{CH_4,C2} + \Delta h_{C3} \dot{m}_{N_2,C3}$$

ed aggiungendo il termine $\dot{m}_{CH_4,GENVAP} \Delta h_{C2}$ si ottiene:

$$\dot{m}_{CH_4,GENVAP} \Delta h_{C2} + \dot{m}_v \frac{\dot{m}_{CH_4,GENVAP}}{\dot{m}_{CH_4,GENVAP}} (h_3 - h_4) \mathbf{h}_{mec,T} = \Delta h_{C1} \dot{m}_{CH_4,C1} + \Delta h_{C2} (\dot{m}_{CH_4,C2} + \dot{m}_{CH_4,GENVAP}) + \Delta h_{C3} \dot{m}_{N_2,C3}$$

$$\dot{m}_{CH_4,GENVAP} = \frac{(\Delta h_{C1} + \Delta h_{C2}) \dot{m}_{CH_4} + \Delta h_{C3} \dot{m}_{N_2,C3}}{\Delta h_{C2} + \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_{CH_4,GENVAP}} (h_3 - h_4) \mathbf{h}_{mec,T}}$$

Dal bilancio energetico tra generatore di vapore e camera di combustione si ha:

$$\dot{m}_{CH_4,GENVAP} H_i \mathbf{h}_{com,GV} = \dot{m}_v (h_3 - h_2)$$

$$\frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_{CH_4,GENVAP}} = \frac{44000 * 0.84}{2796 - 173.86} = 14 \quad , \text{ formula in cui si è posto } h_2 = h_1^1$$

Dalle relazioni per i tre compressori si ricava:

$$\Delta h_{C1} + \Delta h_{C2} = c_{p_{CH_4}} (T_{22} - T_{11}) \quad \Delta h_{C2} = c_{p_{CH_4}} (T_{22} - T_{21}) \quad \Delta h_{C3} = c_{p_{N_2}} (T_{32} - T_{31})$$

$$c_{p_{CH_4}} = R_{CH_4} \frac{k_{CH_4}}{k_{CH_4} - 1} = 0.519 \frac{1.31}{1.31 - 1} = 2.196 kJ/kgK$$

$$c_{p_{N_2}} = R_{N_2} \frac{k_{N_2}}{k_{N_2} - 1} = 0.296 \frac{1.40}{1.40 - 1} = 1.039 kJ/kgK$$

$$\Delta h_{C1} + \Delta h_{C2} = 2.196(532 - 300) = 509 kJ/kg$$

$$\Delta h_{C2} = 2.196(532 - 455) = 169 kJ/kg$$

$$\Delta h_{C3} = 1.039(642 - 300) = 344 kJ/kg$$

da cui:

$$\dot{m}_{CH_4,GENVAP} = \frac{509 * 5.3 + 344 * 12}{169 + 14(2796.59 - 1976.29)0.93} = 0.65 kg/s$$

$$\dot{m}_v = 14 \dot{m}_{CH_4,GENVAP} = 14 * 0.66 = 9.24 kg/s$$

La potenza assorbita dai tre compressori è:

$$P_{C1} + P_{C2} + P_{C3} = \mathbf{h}_{mec,T} P_T = \mathbf{h}_{mec,T} \dot{m}_v (h_3 - h_4) = 9.24 * (2796.59 - 1976.29) * 0.93 = 7049 kW$$

Il rendimento dell'impianto a vapore è:

$$\mathbf{h}_{IV} = \frac{P_{tot}}{\dot{m}_{CH_4,GENVAP} H_i} = \frac{7049}{0.66 * 44000} = 0.24$$